



Colle du 15/06 - Sujet 1
Variables aléatoires et géométrie de l'espace

Exercice 1. Montrer que les plans $\mathcal{P}_m : m^2x + (2m - 1)y + mz = 3$, $m \in \mathbb{R}$ s'intersectent en un unique point et donner les coordonnées cylindriques de ce point.

Exercice 2. On lance n fois un dé à 6 faces. On note p la probabilité d'obtenir la face 1. Calculer le nombre de lancers nécessaire pour que la fréquence d'apparition du 1 mesurée soit proche de p_1 à 10^{-2} avec une probabilité supérieure à 0,95.



Colle du 15/06 - Sujet 2
Variables aléatoires et géométrie de l'espace

Exercice 1. Lors d'un QCM comportant n questions, un étudiant a une probabilité p de connaître la réponse. S'il ne connaît pas la réponse alors il choisit uniformément l'une des réponses parmi les 4 possibles. On note X le nombre de réponses que connaît l'étudiant, Y le nombre de bonnes réponses obtenues lorsqu'il a répondu au hasard et N le nombre total de bonnes réponses.

1. Déterminer la loi de X .
2. Déterminer la loi de N .
3. Déterminer la loi de Y .
4. Déterminer l'espérance de N par deux méthodes.

Exercice 2. Soit $\mathcal{S} : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$.

1. Déterminer les caractéristiques de \mathcal{S} .
2. Déterminer l'intersection de \mathcal{S} avec (Oz) .
3. Déterminer les équations des plans tangents à \mathcal{S} en chacun de ces points.



Colle du 15/06 - Sujet 3
Variables aléatoires et géométrie de l'espace

Exercice 1. Soient $a \in \mathbb{R}$, $\mathcal{D}_1 : \begin{cases} x + 2z = 1 \\ y - z = 2 \end{cases}$ et $\mathcal{D}_2 : \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 2y + az = 1 \end{cases}$. Déterminer les valeurs de a pour lesquelles les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sont coplanaires et donner alors une équation cartésienne du plan les contenant.

Exercice 2. Soient X et Y deux variables aléatoires de même loi de Bernoulli.

1. Déterminer la loi conjointe de $U = X + Y$ et $V = X - Y$.
2. En déduire les lois marginales.
3. Quelle est la loi de U sachant $V = 1$?
4. Les variables aléatoires U et V sont-elles indépendantes ?
5. Calculer l'espérance et la variance de U .



Colle du 15/06 - Sujet 4
Variables aléatoires et géométrie de l'espace

Exercice 1. On lance un dé à n faces et on suppose que la probabilité d'obtenir la face k est proportionnelle à k . On note X la variable aléatoire retournant le numéro de la face.

1. Calculer la loi de X .
2. Calculer l'espérance et la variance de $Y = e^{-X}$.

Exercice 2. Soient $\mathcal{C} : x^2 + y^2 - 14x + 45 = 0$ et $\mathcal{C}' : x^2 + y^2 - 8x + 15 = 0$.

Déterminer Ω le centre d

1. Soit Ω le centre du cercle \mathcal{C} et Ω' celui de \mathcal{C}' . Déterminer le centre I et de l'homothétie h de rapport h qui transforme Ω en Ω' .
2. Déterminer les tangentes à \mathcal{C} passant par I .
3. Montrer que ces droites sont aussi tangentes à \mathcal{C}' .